



گزینه ۱

۱

کار نیروی اصطکاک در جابه‌جایی از A تا B:

$$W_{f_k} = -f_k \times d = -30 \times \frac{3}{10} = -9 \text{ J}$$

کل کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت:

$$W_{f_k} = 2 \times (-9) = -18 \text{ J}$$

$$E_2 - E_1 = W_{f_k} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{f_k}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 4(v_2^2 - 25) = -18 \Rightarrow v_2^2 - 25 = -9 \Rightarrow v_2^2 = 16 \Rightarrow v_2 = 4 \text{ m/s}$$

چون از مقاومت هوا صرف نظر شده است، پس با به کار بردن پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطه A و B (بالا و پایین ساختمان) داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2$$

از حذف m نتیجه می شود که جرم جسم تأثیری در تندی ندارد.

$$v_B = \sqrt{2gh + v_A^2}$$

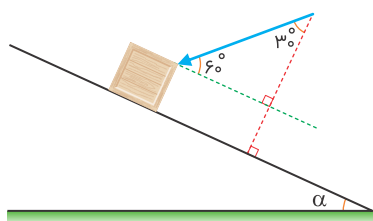
پس تندی در دو حالت برابرند:

$$v_1 = v_2$$

ولی چون جرم جسم نصف شده، انرژی مکانیکی جسم حین رسیدن به پایین نصف می شود و داریم:

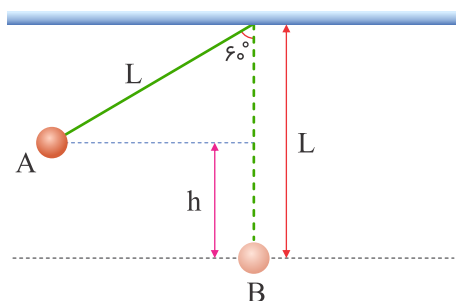
$$E_2 = \frac{1}{2}E_1$$

ابتدا زاویه بین نیرو و راستای جابجایی را به دست می آوریم. جابه جایی در امتداد سطح شیب دار است، نیرو با راستای قائم بر سطح شیب دار، زاویه 30° ساخته است؛ پس این نیرو با راستای جابجایی زاویه 60° می سازد.



$$W = Fd \cos 60^\circ \Rightarrow W = 60 \times \frac{15}{100} \times \frac{1}{2} = 4.5 \text{ J}$$

با توجه به شکل داریم:



$$h = L - L \cos 60^\circ = \frac{L}{2}$$

حال با نوشتن انرژی مکانیکی بین نقاط A و B خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} E_A &= E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \\ &\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}mv_B^2 \\ &\Rightarrow v^2 + gL = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{v^2 + gL} \end{aligned}$$

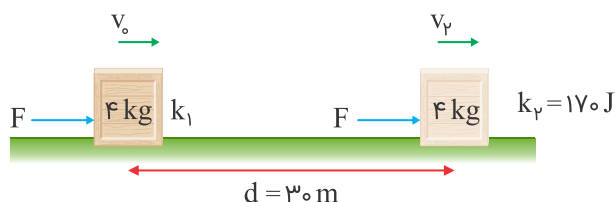
کار نیروی F برابر است با:

$$W_F = F \cdot d \cos 53^\circ = 20 \times 15 \times 0.6 = 180 \text{ J}$$

حال برای محاسبه آهنگ متوسط انتقال انرژی F (توان) می‌توان نوشت:

$$\bar{P} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{180}{1 \times 60} = 3 \text{ W}$$

از آنجایی که نیروی وارد شده بر جسم در جهت حرکت جسم است، جسم مسیر حرکت خود را حفظ می‌کند و در راستای اولیه به حرکت خود ادامه می‌دهد ($\theta = 0^\circ \Rightarrow \cos 0^\circ = 1$).



کار نیروی وارد شده پس از طی ۳۰ متر جابجایی برابر است با:

$$W_F = F d \cos \theta = 4 \times 30 \times 1 = 120 \text{ J}$$

از طرفی باتوجه به قضیه کار-انرژی، می‌توان نوشت:

$$W_t = K_f - K_i$$

$$\xrightarrow{W_t=W_F} 120 = 170 - \frac{1}{2} \times 4 \times v_0^2 \Rightarrow v_0^2 = 25 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

با توجه به این که انرژی جنبشی جسم ۵ برابر انرژی پتانسیل گرانشی می‌شود، می‌توان نوشت:

$$K = 5U \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 5mgh \Rightarrow v^2 = 2 \times 5 \times 10 \times \frac{4}{10} = 40$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$$

همان طور که می‌دانیم اندازه تغییرات انرژی مکانیکی برابر با کار نیروی اتلافی (ناپایستار) است:

$$E_B - E_A = W_{\text{ناپایستار}}$$

نیروی اصطکاک در این مسئله نیروی ناپایستار ما است. همچنین انرژی مکانیکی مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم در هر نقطه است. در نتیجه اطلاعات را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$E_B - E_A = W_{\text{اصطکاک}} \Rightarrow (K_B + U_B) - (K_A + U_A) = W_{\text{اصطکاک}}$$

* انرژی پتانسیل در این مسئله از نوع گرانشی است:

$$U = mgh$$

* همچنین کار نیروی اصطکاک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_{\text{اصطکاک}} = f_k \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow \underbrace{(K_B - K_A)}_{\downarrow} + (U_B - U_A) = W_{\text{اصطکاک}}$$

$$\frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) + = f_k d$$

نکته مهم در این سؤال این است که تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی برابر منفی کار نیروی وزن خواهد بود یعنی اگر کاهش انرژی پتانسیل گرانشی داشتیم، کار نیروی وزن مثبت است.

$$\frac{1}{2} \times 3((2)^2 - (10)^2) - 36 = f_{\text{اصطکاک}} \times 20 \Rightarrow 180 = f_{\text{اصطکاک}} \times 20$$

$$\Rightarrow |f|_{\text{اصطکاک}} = 9 \text{ N}$$

کار نیروی وارد شده از طرف ورزشکار بر روی توپ برابر است با:

$$W_F = F d \cos \theta = 200 \times 2/5 \times \cos 0^\circ = 500 \text{ J}$$

باتوجه به این که تنها نیرویی که بر روی توپ کار انجام می‌دهد، نیروی وارد شده از طرف ورزشکار در راستای حرکت توپ است، می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_F} W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\xrightarrow[v_i=0]{m=0.5 \text{ kg}} 500 = \frac{1}{2} \times 0.5 (v_f^2 - 0)$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 2000 \Rightarrow v_f = 20\sqrt{5} \text{ m/s}$$

انرژی مکانیکی جسم ثابت است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = K_1 + U_1 = K_1 + 0 = K_1$$

$$\Rightarrow E = K_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (8)^2 = 16 \text{ J}$$

بازده لامپ $\times$ بازده خطوط انتقال $\times$ بازده نیروگاه = بازده کل

$$\text{بازده کل} = 1/8\% = 0/018 \xrightarrow{\times 100} 1/8\% = 0/4 \times 0/9 \times 0/05 = 0/018$$

نیروی موتور هواپیما (F) و سرعت آن (v) هم جهت هستند و هواپیما با سرعت ثابت در حال حرکت است. در این حالت برای محاسبه توان داریم:

$$v = 900 \text{ km/h} = 250 \text{ m/s}$$

$$P = Fv = (2 \times 10^5) \times (250) = 500 \times 10^5 \text{ W} = 50 \text{ MW}$$

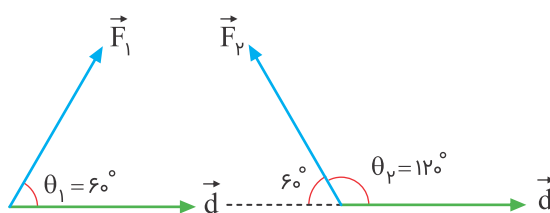
لوکوموتیو با تندی ثابت حرکت می‌کند و شتاب آن صفر است و در نتیجه طبق قانون دوم نیوتون نیروی خالص وارد بر آن صفر است. یعنی نیروی موتور لوکوموتیو با نیروهای مقاوم برابر است:

$$F_{\text{موتور لوکوموتیو}} = f_{\text{مقاوم}} = 11190 \text{ N}$$

$$P = Fv \cos \theta \xrightarrow{\theta=0^\circ} P = Fv \xrightarrow[v=20 \text{ m/s}]{F=11190 \text{ N}} P = 11190 \times 20 = 223800 \text{ W}$$

$$P = 223800 \times \frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ W}} = 300 \text{ hp}$$

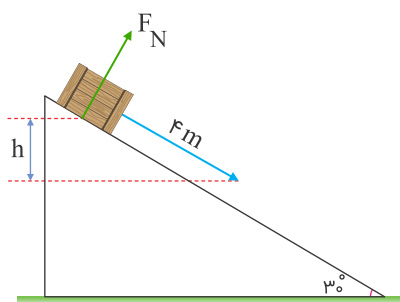
وضعیت بردارهای $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ و $\vec{d}$ به شکل زیر است:



$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \frac{W_{F_1}}{W_{F_2}} = \frac{F_1 d \cos 60^\circ}{F_2 d \cos 120^\circ}$$

$$= \frac{30 \times \frac{1}{2}}{20 \times \underbrace{\cos(90^\circ + 30^\circ)}_{-\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{3}{2}}{2 \times (-\frac{1}{2})} = -\frac{3}{2}$$

نیروهای وزن، اصطکاک و عمودی سطح، به این جسم وارد می‌شود. برای محاسبه کار نیروی وزن باید تغییر ارتفاع را محاسبه کنیم:



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{4} \Rightarrow h = 2 \text{ m}$$

$$W_{mg} = +mgh = 2 \times 10 \times 2 = 40 \text{ J}$$

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_1=K_2} W_t = 0$$

$$\cancel{W_{F_N}} + W_{mg} + W_f = 0 \Rightarrow W_f = -W_{mg} = -40 \text{ J}$$

اگر نقطه پرتاب را به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی فرض کنیم، در لحظه پرتاب، انرژی مکانیکی گلوله برابر با انرژی جنبشی آن است:

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times (15)^2 = 56.25 \text{ J}$$

۲۰ درصد از این انرژی تلف می‌شود و ۸۰ درصد آن در بالاترین نقطه مسیر به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شود:

$$mgh = \frac{80}{100}E_1 \Rightarrow 0.5 \times 10 \times h = \frac{80}{100} \times 56.25 \Rightarrow h = 9 \text{ m}$$

ارتفاع طی شده برابر است با:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{12} \Rightarrow h = 6 \text{ m}$$

حال با استفاده از تفاضل انرژی مکانیکی جسم در دو حالت A و B می‌توانیم کار نیروی اصطکاک را به دست آوریم:

$$\begin{aligned} E_B - E_A = W_{f_k} &\Rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg(h_2 - h_1) \\ &\Rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 2(100 - 16) + 2 \times 10(0 - 6) = -36 \text{ J} \end{aligned}$$

از طرفی می‌دانیم $W_F = -f_k d$ پس داریم:

$$-36 = -f_k \times 12 \Rightarrow f_k = 3 \text{ N}$$

چون در این جابه‌جایی تنها نیروی وزن کار انجام می‌دهد، کار نیروی وزن برابر کل کار انجام شده یا تغییرات انرژی جنبشی است.

$$W_{mg} = W_t = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} \times 0.8 \times (25 - 0) \Rightarrow W_{mg} = 0.4 \times 25 = 10 \text{ J}$$